

## シラバス参照[2026年度/数学特論4/小沢 誠]

授業情報			
開講年度	2026年度	開講箇所	教育学部
科目名	数学特論4		
担当教員	小沢 誠		
学期曜日時限	春学期 01:金5時限		
科目区分	数学科	配当年次	3年以上
使用教室		キャンパス	早稲田
科目キー	150600001K	科目クラスコード	01
授業で使用する言語	日本語		
授業方法区分	【対面】ハイブリッド（対面回数半数以上）		
コース・コード	MATX402L		
大分野名称	数学		
中分野名称	数学		
小分野名称	数学		
レベル	総仕上げ	授業形態	講義
		単位数	2

シラバス情報	
副題	基本群とホモロジー群の計算・応用
授業概要	本講義では、位相幾何学（トポロジー）の主要な道具である「基本群」と「ホモロジー群」の理論と計算手法を学びます。前半では、位相空間の基礎を確認した後、基本群の定義と計算方法を習得します。後半では、ホモロジー群を導入し、マイヤー・ヴィートリス完全系列などの代数的手法を用いて、様々な図形の位相的性質を解析します。抽象的な理論展開だけでなく、具体的な図形（閉曲面や基本的な多様体）の不変量を実際に計算できるようになることを主眼とします。
授業の到達目標	<ol style="list-style-type: none"> <li>基本群の計算: ループのホモトピーを理解し、ファン・カンペンの定理を用いて閉曲面やグラフなどの基本群を計算できる。</li> <li>ホモロジー群の計算: 単体的複体の概念を理解し、定義に従ってホモロジー群を計算できる。また、マイヤー・ヴィートリス完全系列を用いて複雑な図形のホモロジー群を導出できる。</li> <li>不変量による識別: 基本群やホモロジー群、オイラー標数を用いて、球面、トーラス、射影平面などの空間が位相的に異なることを証明できる。</li> <li>写像の性質の理解: 写像度や不動点定理など、トポロジーの応用的な定理の意味を理解する。</li> </ol>
事前・事後学習の内容	<p>本講義では、幾何学的な直観と代数的な計算の両方が求められます。</p> <p>事前学習（目安：90分）: テキストの指定範囲を読み、新しい定義や用語（ホモトピー、単体、鎖群など）を確認しておくこと。特に、群論（群の定義、正規部分群、剰余群）と線形代数（行列の階数、掃き出し法、ベクトル空間の基底）の知識は頻繁に使用するため、各回のテーマに合わせて必ず復習しておくこと。</p> <p>事後学習（目安：120分）: 授業で扱った計算例を、ノートを見ずに自力で再現できるようにすること。配布される演習プリントや教科書の章末問題を解き、計算手法を定着させること。</p>
授業計画	<ol style="list-style-type: none"> <li>第1回：位相空間とホモトピー 連続写像、同相、ホモトピー同値の復習。レトラクションと変形レトラクション。</li> <li>第2回：基本群の定義 道の積、基本群の定義、基点の役割。円周の基本群（被覆空間の考え方をを用いた直観的導出）。</li> <li>第3回：ファン・カンペンの定理（導入） 群の自由積と融合積。定理の主張と使い方の解説。</li> </ol>

	<p>4: 第4回：基本群の計算 (1) グラフ (ブーケ) の基本群、有限生成自由群。</p> <p>5: 第5回：基本群の計算 (2) 閉曲面の基本群 (トーラス、射影平面、種数<math>g</math>の曲面)。基本群の可換化。</p> <p>6: 第6回：結び目群 (基本群の応用) 空間内の結び目、ヴィルティンガー表示を用いた結び目群の計算例 (三葉結び目など)。</p> <p>7: 第7回：単体的複体と多面体 内容：単体、複体、多面体の定義。三角形分割 (単体分割) の具体例。</p> <p>8: 第8回：単体的ホモロジー群の定義 鎖群、境界作用素、サイクルとバウンダリ。ホモロジー群の定義。</p> <p>9: 第9回：ホモロジー群の計算 (1) 定義に基づく計算 円周、グラフ、簡単な曲面のホモロジー群を定義通りに計算する演習。</p> <p>10: 第10回：ホモロジー代数の基礎 完全系列、鎖写像、ホモロジーの関手性 (誘導準同型)。</p> <p>11: 第11回：マイヤー・ヴィトリス完全系列 定理の主張と完全系列のつなぎ方。空間を分解して計算する手法。</p> <p>12: 第12回：ホモロジー群の計算 (2) 完全系列の利用 球面、トーラス、クラインの壺などのホモロジー群の導出。</p> <p>13: 第13回：ホモロジー群の応用 オイラー・ポアンカレの定理 (オイラー標数とベッチ数の関係)、写像度 (Brouwerの不動点定理への応用)。</p> <p>14: 第14回：期末到達度確認試験 基本群とホモロジー群の具体的な計算問題を中心に出题します。</p>								
教科書	指定なし (適宜プリントを配布)								
参考文献	松本幸夫『トポロジー入門』(岩波書店) 田村一郎『トポロジー』(岩波全書)								
成績評価方法	<table border="1"> <thead> <tr> <th>割合</th> <th>評価基準</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>試験: 60%</td> <td>中間テスト・期末テストで評価します。</td> </tr> <tr> <td>レポート: 30%</td> <td>授業中に出したレポートで評価します。</td> </tr> <tr> <td>平常点評価: 10%</td> <td>出席で評価します。</td> </tr> </tbody> </table>	割合	評価基準	試験: 60%	中間テスト・期末テストで評価します。	レポート: 30%	授業中に出したレポートで評価します。	平常点評価: 10%	出席で評価します。
割合	評価基準								
試験: 60%	中間テスト・期末テストで評価します。								
レポート: 30%	授業中に出したレポートで評価します。								
平常点評価: 10%	出席で評価します。								
備考・関連URL									