

Morse position of knots and closed incompressible surfaces

小沢 誠 (駒澤大学総合教育研究部自然科学部門)

K を S^3 内の結び目とし、 $h: S^3 \rightarrow \mathbb{R}$ を標準的なモース関数とする。 K を h に関してモース位置に置き、 (S^3, K) 内の圧縮不可能かつメリディアンの圧縮不可能閉曲面 F を考える。

次の条件を満たすとき、 F は K に関して本質的モース位置にあるという。

- (1) F は h に関してモース位置にある。
- (2) F と K は一般の位置にあり、 $F \cap K$ は M_{thick} に含まれる。
- (3) F の全ての極大点と極小点は M_{thin} に含まれ、全ての鞍点は M_{thick} に含まれる。
- (4) $F \cap M_{thin}$ と $F \cap M_{thick}$ の各成分は、それぞれ $(M_{thin}, K \cap M_{thin})$ と $(M_{thick}, K \cap M_{thick})$ 内で圧縮不可能かつメリディアンの圧縮不可能である。

ここで、 M_{thin} は細い領域、 M_{thick} は太い領域とする。

定理 . $K \subset S^3$ を h に関してモース位置にある結び目とし、 $F \subset S^3$ を K と交わらないか K と横断的に交わる閉曲面で、 (S^3, K) 内で圧縮不可能かつメリディアンの圧縮不可能であるとする。このとき、次のいずれかを満たすように F をイソトープできる。

- (I) F は細レベル球面である。
- (II) F は K に関して本質的モース位置にある。

系 . (II) の場合、 M_{thin} と M_{thick} はそれぞれ次のピースに分解される。

